Q.C.M. pour préparer son arrivée en MPSI, facultatif Durée estimée : 5-6 séances de 1h30

Je vous rappelle que ce DM est facultatif, inutile de me le rendre à la rentré. D'ailleurs, vous pourrez trouver les réponses en fin de devoir.

Thème 1 : Fractions et puissances

Question 1 : Soit x tel que les expressions suivantes soient bien définies. La fraction $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2+x}}$ est égale :

A ❐ $\dfrac{1}{-1-x}$
B ❐ $\dfrac{2+x}{1+x}$
C ❐ $2+x$
D ❐ $-1-x$
E ❐

Question 2 : La fraction $(1+2+3+4+5)(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5})$ est égale :

A ❐ 5
B ❐ $\dfrac{137}{4}$
C ❐ $\dfrac{30}{7}$
D ❐ 42
E ❐

Question 3 : Soit $a, b \in \mathbb{R}$ tels que les fractions suivantes soient bien définies. La fraction $\dfrac{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}}$ est égale à :

A ❐ $\dfrac{b+a}{b-a}$
B ❐ $\dfrac{b+a}{(ab)^2(b-a)}$
C ❐ $\dfrac{a+b}{a-b}$
D ❐ 1
E ❐

Question 4 : Soit $a, b \in \mathbb{R}$ tels que les fractions suivantes soient bien définies. La fraction $\dfrac{\frac{a+b}{ab}}{a-b}$ est égale à :

A ❒ $\dfrac{2}{a-b}$

B ❒ 0

C ❒ $\dfrac{a^2-b^2}{ab}$

D ❒ $\dfrac{a+b}{ab(a-b)}$

E ❒

Question 5 : Soit $x \in \mathbb{R}$. La fraction $\dfrac{2(x-2)}{10} - \dfrac{x+1}{6}$ est égale à :

A ❒ $\dfrac{x-5}{16}$

B ❒ $\dfrac{-3}{11}$

C ❒ $\dfrac{x-7}{30}$

D ❒ $\dfrac{x-5}{60}$

E ❒

Question 6 : Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$. La fraction $\dfrac{a^{-6}b^2a^3}{(ab^2)^{-2}}$ est égale :

A ❒ $\dfrac{a^4}{b^{-6}}$

B ❒ $\dfrac{a^{-4}}{b^6}$

C ❒ $\dfrac{b^6}{a}$

D ❒ b^3

E ❒

Question 7 : Soit $n \in \mathbb{N}$. Réduire au maximum la fraction $\dfrac{16^{n+1}+(-4)^{2n+1}+(-2)^{4n}}{8^n}$

A ❒ On ne peut pas réduire cette fraction.

B ❒ -4

C ❒ -2^n

D ❒ $2^{n+1}+(-4)^{2n+1}+(-2)^{4n}$

E ❒

Question 8 : Soit $n \in \mathbb{N}$. Réduire au maximum la fraction $\dfrac{4^n3^{2n}-1}{2^n3^n+1}$.

A ❒ 8

B ❒ 2^n3^n-1

C ❒ $\dfrac{2^n3^n-1}{2}$

D ❒ Cette fraction n'est pas réductible.

E ❒

Question 9 : Soit $n \in \mathbb{N}$. Réduire au maximum la fraction $\dfrac{24\times 8^{n-1}}{2^{2n+2}-4^n}$.

A ❒ $\frac{3}{-2}$

B ❒ $\frac{24}{1-2^n}$

C ❒ Cette fraction n'est pas réductible.

D ❒ 8×2^n

E ❒

Question 10 : Soit $n\in\mathbb{N}^*$, réduire au maximum la fraction : $\frac{(n+1)!}{n!}\times\frac{(n+1)!}{n+1}$

A ❒ $n+1$

B ❒ $\frac{(n+1)!}{n}$

C ❒ $1+\frac{1}{n!}$

D ❒ $(n+1)!$

E ❒

Thème 2 : Racines carrées et manipulations des exp/ln

Question 11 : Réduire au maximum $\sqrt{\sqrt{2}-1}\sqrt{\sqrt{2}+1}$

A ❒ $\sqrt{2\sqrt{2}}$

B ❒ 1

C ❒ Cela ne se réduit pas plus.

D ❒ $\sqrt{3}$

E ❒

Question 12 : Réduire **au maximum** $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{3}}$

A ❒ $\frac{3}{\sqrt{3}}$

B ❒ $\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{6}\sqrt{3}}$

C ❒ $\sqrt{3}$

D ❒ $\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{18}}$

E ❒

Question 13 : Réduire au maximum $(3+\sqrt{2})^2-(3-\sqrt{2})^2$

A ❒ $3\sqrt{2}$

B ❒ 0

C ❒ 4

D ❒ $6\sqrt{2}$

E ❒

Question 14 : Réduire au maximum $\sqrt{27}-\sqrt{18}$

A ❒ 3

B ❒ Ne se réduit pas plus.

C ❒ $\sqrt{3}$

D ❒ 9

E ❒

Question 15 : Soit $a \geqslant 0$. Réduire au maximum $\sqrt{a^{2^4}}$

A ❒ a^{2^3}
B ❒ a^{2^2}
C ❒ a^2
D ❒ a
E ❒

Question 16 : Soit $x, y \geqslant 0$. Réduire au maximum $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

A ❒ 1
B ❒ $\dfrac{4\sqrt{xy}}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}$
C ❒ $\dfrac{4\sqrt{xy}}{x-y}$
D ❒ $\dfrac{4\sqrt{x}}{x-1}$
E ❒

Question 17 : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}})^2 =$

A ❒ $\dfrac{e^{2x}-2+e^{-2x}}{e^x+e^{-x}}$
B ❒ $\dfrac{e^{2x}-e^{-2x}}{e^{2x}+e^{-2x}}$
C ❒ 0
D ❒ $\dfrac{1-2e^{-2x}+e^{-4x}}{1+2e^{-2x}+e^{-4x}}$
E ❒

Question 18 : Pour tout $x > 0$, $ln(x^2+x)-ln(x) =$

A ❒ $ln(x+1)$
B ❒ $2ln(x)$
C ❒ $ln(x^2)$
D ❒ $ln(x^3+x^2)$
E ❒

Question 19 : Pour tout $x \in \mathbb{R}*$, $\dfrac{ln(e^x+e^{2x})}{x} =$

A ❒ $ln(1+e^x)$
B ❒ $1+x$
C ❒ $1+e^x$
D ❒ $1+e^{2x}$
E ❒

Question 20 : Soit $n \in \mathbb{N}$, $ln(n!)-ln((n+1)!)$

A ❒ $= -ln(n+1)$
B ❒ Ne se calcule pas pour $n = 0$
C ❒ $\dfrac{ln(n!)}{ln((n+1)!}$
D ❒ $\dfrac{1}{ln(n+1)}$
E ❒

Thème 3 : Équations

Question 21 : On considère une équation de solutions 1 et 2. Parmi les 4 phrases suivantes, laquelle est convenablement rédigé ?

A ❒ $(1,2)$ est l'ensemble de solutions de l'équation.
B ❒ $\{(1,2)\}$ est l'ensemble de solutions de l'équation.
C ❒ $x = 1$ et $x = 2$ sont les solutions de l'équation.
D ❒ $x = 1$ ou $x = 2$ sont les solutions de l'équation.
E ❒

Question 22 : Soit $m \in \mathbb{R}$. On considère l'équation $mx+1 = -2x+3$ que l'on note (E_m).

A ❒ Pour tout $m \in \mathbb{R}$, (E_m) a une unique solution, $\dfrac{2}{m+2}$.
B ❒ Pour tout $m \in \mathbb{R}$, (E_m) a une au moins solution.
C ❒ Il existe un $m \in \mathbb{R}$ tel que (E_m) n'a pas de solution.
D ❒ Pour tout $m \in \mathbb{R}$, $(E_m) \Leftrightarrow (m-2)x = 2$.
E ❒

Question 23 : L'équation $(2x+4)(x-3)+(x+2) = (x+2)(-x+1)$ possède :

A ❒ 1 solutions positives.
B ❒ 2 solutions positives.
C ❒ 1 solutions dans $[-4,4]$
D ❒ 2 solutions dans $[-4,4]$.
E ❒

Question 24 : L'équation $(x+1)(x^3-x) = x^2+2x+1$ possède :

A ❒ Trois solutions réelles.
B ❒ Trois solutions dont deux solutions complexes de partie réelles négatives.
C ❒ Trois solutions complexes de somme égales à 0.
D ❒ Quatre solutions.
E ❒

Question 25 : Laquelle des propositions suivantes est vraie :

A ❒ On considère l'équation suivante : $\sqrt{2}cos(x-\dfrac{\pi}{4}) = 1$.
L'ensemble de solutions de cette équation sur $[-\pi,\pi]$ est $\{\dfrac{\pi}{2}\}$

B ❒ On considère l'équation suivante : $\sqrt{2}sin(x-\dfrac{\pi}{4}) = 2$.
$\dfrac{\pi}{2}$ est solution de cette équation.

C ❒ On considère l'équation suivante : $2cos(x)^2+3cos(x) = 2$.
L'ensemble de solutions de cette équation sur $[-\pi,\pi]$ est $\{a,b\}$ où a,b sont des réels tels que $a+b = 0$

D ❒ On considère l'équation suivante : $tan(x) = 1$.
On note E l'ensemble de solutions de cette équation. Alors $\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi \text{ tel que } k \in \mathbb{Z}\} \subset E$.

E ❒

Question 26 : Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x+3}-3e^x = 0$:

A ❒ 0 est solution
B ❒ Il n'y a deux solutions dont une est négative.
C ❒ Il y a une unique solution qui est $ln(3)-3$.
D ❒ Il n'y a pas de solution.
E ❒

Question 27 : Résoudre l'équation suivante sur $\mathbb{R}$: $e^x - x = 1$

A ❐ 1 est l'unique solution.
B ❐ Il n'y a pas de solution.
C ❐ 1 est solution mais ce n'est pas la seule.
D ❐ $ln(x+1)$ est l'unique solution.
E ❐

Question 28 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Résoudre $\sum_{k=0}^{n-1}(-x)^k = \dfrac{x^n}{1+x}$. L'équation :

A ❐ N'admet pas de solution si n est pair.
B ❐ Admet toujours une solution.
C ❐ N'admet pas de solution si n est impair.
D ❐ Admet 0 comme unique solution.
E ❐

Question 29 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Résoudre sur $\mathbb{R}_+^*$, $ln(x^{2n} + 2x^n) = nln(x) + 2$

A ❐ L'équation admet une unique solution.
B ❐ L'équation admet deux solutions.
C ❐ L'équation n'admet pas de solution.
D ❐ L'équation admet deux solutions si n est paire et une seule sinon.
E ❐

Question 30 : Résoudre $x^6 - 2x^3 + 1 = 0$ sur $\mathbb{R}$. (Indice : pour tout $y \in \mathbb{R}$, $y^3 - 1 = (y-1) \times (....)$)

A ❐ L'équation admet trois solutions réelles.
B ❐ L'équation admet une unique solution qui est réelle.
C ❐ L'équation admet trois solutions dont la somme est réelle.
D ❐ L'équation admet 6 solutions.
E ❐

Thème 4 : Calculs matriciels

Question 31 : Donner la carrée de la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

A ❐ $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B ❐ $M^2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

C ❐ $M^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

D ❐ $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

E ❐

Question 32 : Soit $n \in \mathbb{N}$, et M, P deux matrices de même taille, carrées, quelconque.

A ❒ On peut affirmer $MP = PM$.
B ❒ On peut affirmet $(MP)^n = M^n P^n$.
C ❒ On peut affirmet $(PMP^{-1})^n = PM^n P^{-1}$.
D ❒ On peut affirmet $PMP^{-1} = M$.
E ❒

Question 33 : On considère une matrice A tel que $A^2 + A = I$.

A ❒ A est inversible et $A^{-1} = A + I$.
B ❒ A est inversible et $A^{-1} = A + 1$
C ❒ A est inversible et $A^{-1} = A$
D ❒ A n'est pas inversible.
E ❒

Question 34 : Soit $p \in \mathbb{N}^*$. Si on considère les matrices suivantes : $A \in M_p(\mathbb{R})$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \in M_{n,1}(\mathbb{R})$. On suppose de plus que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = AU_n$. On peut dire que quelque soit le choix de la matrice A :

A ❒ Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = nU_0$.
B ❒ Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_0 A^n$.
C ❒ Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_n U_1$.
D ❒ Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = AU_0$.
E ❒

Question 35 : On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

A ❒ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
B ❒ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix}$
C ❒ A n'est pas inversible.
D ❒ A est inversible et $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.
E ❒

Thème 5 : Dérivation

Question 36 : On pose la fonction $f : x \mapsto e^{x^2} + sin(x)$. Alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) =$

A ❒ $e^{x^2} + cos(x)$
B ❒ $2xe^{x^2} - cos(x)$
C ❒ $2xe^{2x} + cos(x)$
D ❒ $2xe^{x^2} + cos(x)$
E ❒

Question 37 : On pose la fonction $f : x \mapsto \dfrac{ln(x)}{x}$. Alors pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f'(x) =$

A ❒ $\dfrac{1}{x^2}$
B ❒ $\dfrac{1 + ln(x)}{x^2}$
C ❒ $\dfrac{1}{x}$
D ❒ $\dfrac{-1}{x^2}$
E ❒

Question 38 : L'équation de la tangente à la courbe de la fonction sin en π est :

A ❒ $x-\pi$
B ❒ $y=-x-\pi$
C ❒ $y=-x+\pi$
D ❒ $y=cos(x)(x-\pi)$
E ❒

Question 39 :
Quelle proposition est vraie ?

A ❒ Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}^*$ de dérivée nulle. Alors cette fonction est constante sur $\mathbb{R}^*$
B ❒ Soit f une fonction dérivable de dérivée positive. Alors cette fonction est strictement croissante.
C ❒ Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}^*$. Alors cette fonction est dérivable sur $\mathbb{R}^*$
D ❒ La fonction inverse est une fonction décroissante sur $\mathbb{R}^*$.
E ❒

Question 40 :
Quelle proposition est vraie ? Soit f une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

A ❒ Si f est une fonction de dérivée seconde nulle. Alors cette fonction est constante sur $\mathbb{R}$
B ❒ Si f est une fonction de dérivée seconde positive. Alors cette fonction est croissante sur $\mathbb{R}$.
C ❒ Soit $x_0 \in \mathbb{R}$. Si $f''(x_0)=0$ alors la fonction f admet un point d'inflexion en x_0.
D ❒ Si f est une fonction convexe. Alors f' est croissante sur $\mathbb{R}$.
E ❒

Thème 6 : Recherche de primitive

Question 41 : Laquelle des propositions suivantes est vraies ?

A ❒ $x \mapsto e^{-x}+1$ est une primitive de $x \mapsto e^{-x}$
B ❒ $x \mapsto 2x+2$ est une primitive de $x \mapsto x^2+2x$
C ❒ $x \mapsto -cos(x)+1$ est une primitive de $x \mapsto sin(x)+x$
D ❒ $x \mapsto xln(x)-x$ est une primitive de $x \mapsto ln(x)$
E ❒

Question 42 : Laquelle des propositions suivantes est vraies ?

A ❒ $x \mapsto \dfrac{1}{1+x^2}$ est une primitive de $x \mapsto \dfrac{-2x}{(1+x^2)^2}$
B ❒ $x \mapsto e^{e^x}$ est une primitive de $x \mapsto e^{e^x}$
C ❒ $x \mapsto ln(x)^2$ est une primitive de $x \mapsto \dfrac{ln(x)}{x}$
D ❒ $x \mapsto \dfrac{-7}{x^7}$ est une primitive de $x \mapsto \dfrac{1}{x^8}$
E ❒

Question 43 : Laquelle des propositions suivantes est vraies ?

A ❒ Si f est une primitive de g alors f^2 est une primitive de g^2
B ❒ Si f est une primitive de g alors e^f est une primitive de ge^f
C ❒ Si f est une primitive de g alors e^f est une primitive de ge^g
D ❒ Si f est une primitive de g alors fg est une primitive de g^2
E ❒

Thème 7 : Suites

Question 44 : On considère la suite $(u_n)_n$ définie par $u_{n+1} = u_n + e^{u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_0 = 1$.

A ❒ $(u_n)_n$ est croissante car *exp* est une fonction croissante.
B ❒ $(u_n)_n$ est croissante car *exp* est une fonction positive.
C ❒ $(u_n)_n$ est décroissante.
D ❒ (u_n) converge vers un réel $l \in \mathbb{R}$.
E ❒

Question 45 : La proposition $(u_n)_n$ est constante s'écrit :

A ❒ Pour tout $k \in \mathbb{N}$, $u_n = k$
B ❒ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, il existe $k \in \mathbb{R}$ tel que $u_n = k$
C ❒ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, pour tout $k \in \mathbb{R}$ tel que $u_n = k$
D ❒ Il existe $k \in \mathbb{R}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n = k$
E ❒

Question 46 : Laquelle des propositions suivantes est vraie ?

A ❒ Toute suite bornée converge.
B ❒ Toute suite croissante converge.
C ❒ Toute suite positive et croissante converge.
D ❒ Toute suite non croissante est décroissante.
E ❒

Thème 8 : Sommes

Question 47 : Soit $n \in \mathbb{N}$, laquelle des expressions suivantes a un sens ?

A ❒ $\sum_{n=1}^{k} n$
B ❒ $\sum_{k=1}^{n} k$
C ❒ $\sum_{k=1}^{k} k$
D ❒ $\sum_{n=1}^{n} n$
E ❒

Question 48 : soit $n \in N \setminus \{0,1\}$. Calculer $\sum_{k=2}^{n} (2k-1)$

A ❒ $\sum_{k=2}^{n} (2k-1) = n(n+1) - 1$
B ❒ $\sum_{k=2}^{n} (2k-1) = n^2 - 1$
C ❒ La somme contient $n-2$ termes.
D ❒ $\sum_{k=2}^{n} (2k-1) = -1 + 2\sum_{k=2}^{n} k$
E ❒

Question 49 : Soit $n \in \mathbb{N}$, alors :

A ❒ $\sum\limits_{k=0}^{n}(-1)^k = \dfrac{1-(-1)^n}{2}$.

B ❒ $\sum\limits_{k=1}^{n} exp(k) = \dfrac{1-e^{n+1}}{1-e}$.

C ❒ $\sum\limits_{k=1}^{n} 2^k = 2^{n+1}-2$.

D ❒ $\sum\limits_{k=0}^{n} 1 = n$.

E ❒

Thème 9 : Nombres complexes

Question 50 : Cocher la proposition vraie.

A ❒ $|1+i| = 2$.

B ❒ L'argument de $1+i$ est $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

C ❒ $e^{\frac{i\pi}{2}} = i$

D ❒ Pour tout $z, z' \in \mathbb{C}$, $|z+z'| = |z|+|z'|$

E ❒

Question 51 : Soit $z = \sqrt{3}-i$, alors

A ❒ $z = 2e^{-i\pi/6}$

B ❒ $z = \sqrt{2}e^{-i\pi/3}$

C ❒ $z = 2e^{i5\pi/6}$

D ❒ $z = \sqrt{2}e^{i\pi/6}$

E ❒

Question 52 : Soit $z \in \mathbb{C}$, et M l'affixe du complexe z.

A ❒ L'abscisse de M est $Im(z)$

B ❒ $M \in (Ox)$ ssi $Re(z) = 0$.

C ❒ $M \in (Oy)$ ssi $Im(z) = 0$.

D ❒ M est sur le cercle de centre 0 et de rayon 2 ssi $Re(z)^2 + Im(z)^2 = 2$.

E ❒

Question 53 : Donner la proposition vraie.

A ❒ $|\dfrac{7}{(2-i)^2}| = \dfrac{7}{5}$

B ❒ Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $z+\bar{z}$ est un imaginaire pur.

C ❒ Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $z-\bar{z} \in \mathbb{R}$

D ❒ Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $z^2 \in \mathbb{R}_+$.

E ❒

Question 54 : Soit $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ alors :

A ❒ $|z_1+z_2| + |z_1-z_2| = 2|z_1|$.

B ❒ $|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2|z_1|^2$.

C ❒ $|z_1+z_2| + |z_1-z_2| = 2|z_1| + 2|z_2|$.

D ❒ $|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$.

E ❒

Réponses aux QCMs

Vous trouverez ici les réponses aux questions ci-dessus.

— Si vous vous êtes trompé, ou avez eu juste par hasard, cette correction doit vous servir de point de repère. Si cela ne suffit pas :
— Vous pouvez me demander une correction succinte par mail, elle détaille uniquement la bonne réponse, pas pourquoi les autres sont fausses. Vous pourrez me demander des explications par mail si besoin.
— Des inattentions ont pu se glisser dans cette correction, veuillez me les signaler si vous les voyez.

1. B
2. B
3. C
4. D
5. E
6. C
7. E
8. B
9. E
10. D
11. B
12. A
13. E
14. E
15. A
16. E
17. D
18. A
19. E
20. A
21. E
22. C
23. D
24. A
25. C
26. C
27. A
28. A
29. D
30. C
31. B
32. C
33. A
34. E
35. B
36. D
37. E
38. C
39. E
40. D
41. D
42. A
43. B
44. B
45. D
46. E
47. B
48. B
49. C
50. C
51. A
52. E
53. E
54. D